

演習問題

分散・標準偏差・標準化・偏差値・箱ひげ図

基本問題

□1 分散・標準偏差を説明している文をそれぞれ次のなかから選びなさい。

✗) データの最大値と最小値の差を表す。 → 範囲

イ) データの偏差の二乗の総和をデータの個数で割った値を表す。

✗) データの偏差の総和をデータの個数で割った値を表す。 $= 0$

エ) 分散の値をルートでとった値を表す。

解答欄：分散

イ

標準偏差

エ

□2 偏差値の求め方において、下の式のア、イに当てはまる数を答えなさい。

(標準化得点) × ア + イ

解答欄：ア 10 イ 50

□3 以下のデータは生徒10人の数学のテストの点数を示したものです。次の間に答えなさい。(2), (3) は表に書き入れなさい。

生徒氏名	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	合計
数学の点数	56	36	20	43	70	78	44	24	38	50	
偏差	10.1	-9.9	-25.9	-2.9	24.1	39.1	-1.9	-21.9	-7.9	4.1	
偏差の二乗	102.01	98.01	670.81	8.41	580.81	1030.41	3.61	479.61	62.41	16.81	→ 3052.9
平均値	× 45.9	分散	× 305.29	標準偏差	× 17.47						

(1) 平均値アを求めなさい。 $(56+36+\dots+38+50) \div 10 = 45.9$

(2) 各観測値の偏差をそれぞれ求めなさい。④ 偏差 = 観測値 - 平均

(3) 偏差の二乗をそれぞれ求めなさい。

(4) 偏差の二乗の総和イを求めなさい。 $102.01+98.01+\dots+62.41+16.81 = 3052.9$

(5) 分散ウを求めなさい。 $3052.9 \div 10 = 305.29$

(6) 標準偏差エを求めなさい(電卓使用可)。

→ $\sqrt{\text{分散}}$

$$\sqrt{305.29} = 17.47$$

解答欄：(1) 45.9 (4) 3052.9 (5) 305.29 (6) 17.47

チャレンジ問題

□[1] 次のデータは都市Aの5年間の猛暑日の日数データである。

$$A: 4 \quad 12 \quad 3 \quad 5 \quad 6 \quad (\text{単位は日})$$

同じ期間において都市Bの猛暑日の日数の標準偏差が4でだった。Aの猛暑日の日数の分散を求め、猛暑日の日数の散らばりの度合いが大きいと考えられるのは、A, Bのどちらなのか答えなさい。
【秋田大】

$$\begin{aligned} A\text{の平均}\bar{a} &= (4+12+3+5+6) \div 5 = 6 \\ A\text{の分散}S_a^2 &= \{(4-6)^2 + (12-6)^2 + (3-6)^2 + (5-6)^2 + (6-6)^2\} \div 5 \\ &= \{4+36+9+1+0\} \div 5 = \underline{\underline{10}} \\ B\text{の分散}S_b^2 &= 4^2 = 16 \text{ より } B\text{の方が猛暑日の散らばり具合は大きい} \end{aligned}$$

10, B

□[2] 100人のテストの得点のデータをみると、25人が0点、75人が100点であった。このデータの平均値と標準偏差を求めよ。
【早稲田大】

$$\begin{aligned} \underbrace{(0+0+\cdots+0+100+\cdots+100)}_{95人} \div 100 &= \overbrace{\frac{75}{100} \text{ 平均点}} \\ \underbrace{\frac{75}{100}}_{\text{標準偏差}}^2 &= \left\{ (0-\overline{x})^2 + \cdots + (0-\overline{x})^2 + (100-\overline{x})^2 + \cdots + (100-\overline{x})^2 \right\} \div 100 \\ &= \{75^2 \times 25 + 25^2 \times 75\} \div 100 \\ &= 75 \times 25 \times (75+25) \div 100 \\ &= 25^2 \times 3 \text{ "分散} S_x^2 \quad \text{標準偏差} S_x = \sqrt{25^2 \cdot 3} = \underline{\underline{25\sqrt{3}}} \end{aligned}$$

□[3] 50人のテストの得点 x の平均値 \bar{x} が60で、分散 s^2 が100であった。ところが、テストを受けた生徒の中のA君が答案用紙の裏にも解答を書いていたことに後で気づいていたため、採点し直したところ、A君の得点が50点上がった。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) A君の得点を修正した後の平均値を求めよ。 61
 - (2) 修正する前のA君の得点が50点だったとするとき、A君の得点を修正した後の分散の値を求めよ。 129
 - (3) A君の得点を修正した後の標準偏差が11になったとするとき、修正する前のA君の得点を求めよ。 46
- 【岡山理科大】

解説は次へ→

3 解答

□[3] 50人のテストの得点 x の平均値 \bar{x} が60で、分散 s^2 が100であった。ところが、テストを受けた生徒の中のA君が答案用紙の裏にも解答を書いていることに後で気づいていたため、採点し直したところ、A君の得点が50点上がった。このとき、次の問いに答えよ。

(1) A君の得点を修正した後の平均値を求めよ。

$$\begin{aligned} & \{(\text{修正前の得点の総和}) + 50\} \div 50 \\ & = (\text{修正前の得点の総和}) \div 50 + 50 \div 50 \\ & = 60 + 1 = \underline{\underline{61}} \end{aligned}$$

(2) 修正する前のA君の得点が50点だったとするとき、A君の得点を修正した後の分散の値を求めよ。

$$\text{修正前の標準偏差} = s = \frac{1}{50} \sum_{k=1}^{50} (x_k - 60) \leftarrow \text{この形を作る。}$$

$$\text{修正後の標準偏差} = s'$$

$$\begin{aligned} s'^2 &= \frac{1}{50} \left\{ \sum_{k=1}^{49} (x_k - 61)^2 + (x'_{50} - 61)^2 \right\} \\ &\quad \text{Aが50点} \quad \text{Aの修正後の得点} \\ &= \frac{1}{50} \left\{ \sum_{k=1}^{49} (x_k - 61)^2 + (x_{50} - 61)^2 - (x_{50} - 61)^2 + (x'_{50} - 61)^2 \right\} \\ &\quad \text{A}^2 - \text{B}^2 = (\text{A}+\text{B})(\text{A}-\text{B}) \\ &= \frac{1}{50} \left[\sum_{k=1}^{50} (x_k - 61)^2 + \{(x'_{50} - 61)^2 - (x_{50} - 61)^2\} \right] \\ &= \frac{1}{50} \left[\sum_{k=1}^{50} ((x_k - 60) - 1)^2 + \frac{(x'_{50} + x_{50} - 122)(x'_{50} - x_{50})}{100} \right] \\ &= \frac{1}{50} \left\{ \sum_{k=1}^{50} (x_k - 60)^2 + 2 \sum_{k=1}^{50} (x_k - 60) + \sum_{k=1}^{50} 1 + 28 \cdot 50 \right\} \\ &= 100 + 0 + 1 + 28 = \underline{\underline{129}} \end{aligned}$$

(3) は次のへ→る

- (3) A君の得点を修正した後の標準偏差が11になったとするとき、修正する前のA君の得点を求めよ。 【岡山理科大】

$$\begin{aligned} X_{50} &= \text{修正前の A のとく} \\ \text{分散 } S^2 &= 11^2 = 121 \quad X'_{50} = \text{修正後の A のとく} \\ S'^2 &= \frac{1}{50} \left[\sum_{i=1}^{50} \{(X_i - 60) - 1\}^2 + (X'_{50} + X_{50} - 122) \frac{(X'_{50} - X_{50})}{50} \right] \\ &\quad (2) 54 101 \\ \rightarrow \frac{1}{50} (2X_{50} - 72) \cdot 50 &= 20 \\ \Leftrightarrow 2X_{50} - 72 &= 20 \quad X_{50} = \underline{46} \end{aligned}$$